

na tropie umysłu

Geniusze,
i ludzkie

Pewnego styczniowego dnia 1913 roku wybitny angielski matematyk, Godfrey H. Hardy, zajmujący się teorią liczb i szeregów, otrzymał przesyłkę z Indii. Pisał do niego Srinivasa Ramanujan i prosił, by Hardy wydał sąd o jego odkryciach matematycznych. Do listu dołączone były kartki zapisane po części standardowymi, po części dziwnymi symbolami, które wyrażały twierdzenia matematyczne. Hardy spozjrzał na to bez entuzjambu, przywykł bowiem do listów od różnych dziwaków. Szybko jednak zorientował się, że ma do czynienia z samorodnym matematycznym talentem. Oczywiście znał większość twierdzeń dowiedzionych przez Ramanujana – do niektórych sam przyłożył rękę – ale były też takie, które widział po raz pierwszy. Jak napisał: „*Te twierdzenia musiały być prawdziwe, bo gdyby nie były, nikt nie miałby na tyle wyobraźni, by je wymyślić.*”

Niekawka liczba

Matematycy i logicy lubują się w opowiadaniu anegdot o wybitnych umysłach, które potrafią rozwiązywać matematyczne problemy w sposób niedostępny zwykłym śmiertelnikom. Sami uczeni często twierdzą, że swoje odkrycia zawdzięczają intuicji, która pozwala im ujmować abstrakcyjne struktury matematyczne „oczami intelektu”. Roger Penrose, który wraz ze Stephenem Hawkingiem udowodnił szereg ważnych twierdzeń z zakresu fizyki czarnych dziur, twierdzi, że „*gdy ktoś widzi prawdę matematyczną, jego świadomość dociera do świata idei i nawiązuje z nim bezpośredni kontakt.*” Wielu matematyków sądzi, że dotarcie do tego świata jest możliwe dzięki specyficznej zdolności poznania, określanej jako intuicja.

Jednym z najczęściej przywoływanych przykładów intuicji i genialnych zdolności matematycznych jest wspomniany Srinivasa Ramanujan. Hardy sprowadził go do Cambridge i współpracowali

Czy można na siłę
tworzyć genialne rzeczy?
– pytał Stanisław Jerzy
Lec. I odpowiadał: Tak,
trzeba tylko mieć tę siłę!
Na czym ta siła polega?
Czy można ją wyćwiczyć?
A kim są upośledzeni
geniusze?

razem. Trzy lata później, w 1917 roku, Ramanujan ciężko zachorował. Trwała wojna, więc hinduski geniusz nie mógł wrócić do ojczyzny, by tam w lepszym klimacie ratować swe zdrowie. Ulokowano go w szpitalu w Putney. Hardy odwiedził go. Pewnego dnia wszedł na salę, gdzie leżał Ramanujan i, nie wiedząc, jak zacząć rozmowę, zaraz po powitaniu stwierdził: – *Taksówka, którą tu jechałem, miała numer 1729. Odniosłem wrażenie, że to raczej nieciekawa liczba.* Na co Ramanujan natychmiast zareagował: – *Ależ nie, Hardy! Wcale nie! To bardzo interesująca liczba. To najmniejsza liczba, którą można przedstawić na dwa różne sposoby jako sumę dwóch liczb podniesionych do sześciannu.*

Jak do tego doszedł w okamgnieniu? Tak przejawia się intuicja genialnych matematyków.

SEKCJA
POWSTAJE
przy współpracy



Copernicus
Center



TEKST BARTOSZ BROŻEK I MATEUSZ HOHOL

sawanci kalkulatory

Rüdiger Gamm to „ludzki kalkulator”.
Z łatwością potrafi podnosić liczby
do dziewiątej potęgi i wyciągać pierwiastki
piątego stopnia, a także wyliczać
iloraz dwóch liczb pierwszych do
sześćdziesiątego miejsca po przecinku.



na tropie umysłu

Wielkanoc sprzed 50 tysięcy lat

Niezwykłe zdolności – w tym matematyczne – ujawniają nie tylko geniusze, tacy jak Ramanujan, lecz także osoby dotknięte autyzmem. Najsłynniejszym chyba przypadkiem, opisanym przez Olivera Sacksa w książce *Mężczyzna, który pomylił swoją żonę z kapeluszem*, są bliźniacy John i Michael. Obaj mieli inteligencję (znacznie) poniżej przeciętnej, ich IQ wyniosło 60; nie potrafili dokonywać nawet prostych operacji arytmetycznych. Ale mieli jedną niezwykłą umiejętność – usłyszawszy dowolną datę z okresu osiemdziesięciu tysięcy lat wstecz, potrafili powiedzieć, jaki był to dzień tygodnia. Byli też w stanie dokładnie podać, na jaki dzień przypadała w danym roku Wielkanoc. Dysponowali niezwykłą pamięcią: umieli dokładnie opisać pogodę i wydarzenia z każdego minionego

zyka albo odtworzyć raz usłyszany koncert fortepianowy. Dziś mówi się: ludzie z syndromem sawanta. Na świecie żyje około 100 osób z tym syndromem.

Ludzkie kalkulatory

Bywają też ludzie o przeciętnym ilorazie inteligencji, którzy wyspecjalizowali się w wybranych operacjach arytmetycznych. Takim „ludzkim kalkulatorem” jest Rüdiger Gamm, Niemiec, który z łatwością potrafi podnosić liczby do dziewiątej potęgi i wyciągać pierwiastki piątego stopnia, a także wyliczać iloraz dwóch liczb pierwszych do sześćdziesiątego miejsca po przecinku. Dodatkowo jest w stanie wymawiać słowa wstecz. Na Światowych Mistrzostwach Obliczania w Pamięci, które odbyły się w 2008 roku w Lipsku, obliczenie, ile wynosi 81 do potęgi setnej zajęło Gammowi dwie i pół minuty.

Innym „ludzkim kalkulatorem”, być może najsłynniejszym w minionym wieku, był Jacques Inaudi. Potrzebował sześciu sekund, by obliczyć, ile wynosi iloczyn 869 i 427 (a wynosi 371 063); natomiast policzenie, ile to będzie 70 846 razy 88 875 zajęło mu pięćdziesiąt pięć sekund, po czym podał prawidłowy wynik: 6 296 438 250. Potrafił też wykonywać takie obliczenia równocześnie. Pewnego dnia na spotkaniu francuskiej Akademii Nauk Henri Poincaré, matematyk, fizyk i astronom, spytał go, ile wynosi 4801 podzielone przez pierwiastek kwadratowy z 6, a jednocześnie Joseph Bertrand, matematyk i ekonomista zagadnął, jaki dzień tygodnia był 11 marca 1822 roku. Po chwili namysłu Inaudi poprawnie odpowiedział na oba pytania. I dorzucił jeszcze wyliczenie, ile godzin, minut i sekund żyłaby osoba, która urodziłaby się właśnie 11 marca 1822 roku.

Rüdiger Gamm i Jacques Inaudi to „ludzkie kalkulatory”, osoby o przeciętnym ilorazie inteligencji, które są ekspertami w przeprowadzaniu obliczeń. Od geniuszy różnią się tym, że są mniej twórczy, a od osób z syndromem sawanta tym, że rzeczywiście dokonują operacji matematycznych.

Witaj 62 do kwadratu

Geniusz, sawant i ekspert, choć tak odmienni, wszyscy ujawniają nieprzeciętne zdolności matematyczne. Co ich łączy?

Wydaje się, że wspólnym mianownikiem jest zdolność zapamiętywania przez wszystkie te osoby ogromnej liczby faktów, również matematycznych. Potwierdzają to opisane przez Sacksa możliwości pamięciowe bliźniaków, a także badania z użyciem obrazowania mózgu, jakim poddano Rüdigerę Gamma. Przeprowadził je Allan Sny-

Sawanci w kilka dni potrafią nauczyć się nowego języka.

dnia w swoim życiu i z łatwością zapamiętywali liczby, nawet trzastycyfrowe.

Sacks opisuje, jak pewnego razu upuścił na podłogę pudełko zapalek, te rozsypały się wokół. Bliźniacy spojrzeli i od razu jednym głosem wykrzyknęli „111”. Nie dowierzając, Sacks przeliczył zapalki i okazało się, że jest ich 111! Innym razem usłyszał, jak bliźniacy na przemian podają sześciocyfrowe liczby. Zapisał je zaciekawiony, a po powrocie do domu sięgnął po tabele liczb pierwszych i ze zdumieniem przekonał się, że bliźniacy wymieniali się kolejnymi liczbami pierwszymi (są to takie liczby naturalne, które dzielą się tylko przez 1 i same siebie). Uzbrowiony w tabele takich liczb wrócił do nich i rzucił na głos ośmiocyfrową liczbę pierwszą. Bliźniacy wyraźnie się ucieszyli, po czym zaczęli wymieniać się dziesięcio-, dwunasto-, a nawet dwudziestocyfrowymi liczbami, o których Sacks mógł jedynie domniemywać, że są pierwsze. Kiedy pytał bliźniaków, w jaki sposób policzyli zapalki i jak znaleźli liczby pierwsze, odpowiadali, że po prostu je zobaczyli.

W 1887 roku dr J. Landon Down w wykładzie wygłoszonym w Londyńskim Towarzystwie Medycznym, mianem *idiot savants* określił osoby, które – jak bliźniacy – przy niskim ilorazie inteligencji ujawniają niezwykle zdolności, nie tylko matematyczne – często mają talenty muzyczne czy plastyczne. Sawanci, czyli upośledzeni geniusze, w kilka dni potrafią nauczyć się nowego ję-

der, neurobiolog i dyrektor Centre for the Mind na University of Sydney, i wykazał, że Gamm, dokonując obliczeń, korzysta nie tylko z pamięci roboczej, ale także z pamięci epizodycznej, będącej rodzajem pamięci trwałe. A zatem osoby o nadzwyczajnych zdolnościach matematycznych mają bezpośredni dostęp do niemal nieograniczonych zasobów swej pamięci.

Ale sama, choćby ogromna pojemność pamięci nie wystarcza, trzeba ją czymś wypełnić, dlatego istotnym składnikiem ponadprzeciętnych zdolności matematycznych jest długotrwały trening, ciągle, wręcz obsesyjne zajmowanie się matematyką. Carl Friedrich Gauss, niemiecki matematyk, fizyk, astronom i geodeta, uważany za „księcia matematyków”, często łapał się na tym, że podświadomie liczy swoje kroki.

Trening matematyczny przynosi podwójną korzyść. Po pierwsze – co zdaje się charakteryzować sawantów – daje konkretną znajomość liczb. Matematyk Wim Klein zauważył: „*Liczyby są dla*

mnie, mniej lub bardziej, przyjaciółmi. Przecież 3844 nie znaczy to samo dla ciebie, co dla mnie, prawda? Dla ciebie jest to tylko trzy, osiem, cztery i cztery. Ale ja mówię: »Witaj 62 do kwadratu!«”. Sacks spekuluje, że bliźniacy i inne uzdolnione matematycznie osoby z syndromem sawanta mówią „Cześć!” milionom liczb.

Po drugie taki trening, poprzez ciągłe obcowanie z matematyką, pozwala tak geniuszom, jak i ekspertom zbudować cały arsenał metod i tricków, które pomagają im w liczeniu i rozwiązywaniu problemów matematycznych. Różne sztuczki obliczeniowe opisuje jeden z największych fizyków dwudziestego wieku, Richard Feynman. Często zakładał się on, że potrafi w krótkim czasie wykonać, z zadaną dokładnością, różne obliczenia. W autobiograficznej książce *Pan raczej żartować, Panie Feynman* pisze: „*Kiedy byłem w Los Alamos, wyszło na jaw, że arcymistrzem w rachunkach jest Hans Bethe [amerykański fizyk niemieckiego pochodzenia, laureat Nagrody Nobla – przyp. red.]*

reklama

reklama

DLA TWOJEGO DZIECKA, DLA TWOJEGO UCZNIĄ –
WWW.NIEBOTAK.PL

Nie piję, bo:

– chcę coś osiągnąć
– chcę być dobry w tym
– co robię
– alkohol osłabia kondycję
– chcę żyć ekologicznie
– alkohol robi wodę z mózgu!

– mam swoje zdanie
– chcę być wartościowym człowiekiem
– nie chcę, żeby na mnie zarabiali
– chcę żyć ekologicznie
– bo tak!

– alkohol niszczy szare komórki
– po alkoholu ludzie robią różne świństwa i tracą umiar rodzinne
– alkohol powoduje problemy
– to głupie trucie organizmu
– nie smakuje mi

niebotak!
cool web

Postaw na mowę ciała, by osiągnąć sukces



s. 344, cena ~~34,90 zł~~



s. 216, cena ~~39,90 zł~~, oprawa twarda



s. 112, cena ~~19,95 zł~~



s. 160, cena ~~19,95 zł~~

JEDNOŚĆ
www.jednosc.com.pl

Na hasło „Charaktery”
kup książki z rabatem
☎ 41 349 50 50

na tropie umysłu

Kiedys na przykład podstawialiśmy różne liczby do wzoru i potrzebne było 48 do kwadratu. Sięgam po kalkulator Marchanta, a on mówi: »To będzie 2300«. Zaczynam naciskać guziki, a on mówi: »A dokładnie 2304«. Maszyna wyświetla 2304. »Kurzę! Niezły jesteś!«, mówię.

- Nie wiesz, jak się oblicza kwadrat liczb zbliżonych do 50? - pyta. - Podnosisz do kwadratu 50 - to daje 2500 - i odejmujesz 100 razy różnica 50 i twojej liczby (w tym wypadku 2), czyli wychodzi 2300. Jeżeli potrzebujesz dokładny wynik, podnosisz różnicę do kwadratu i dodajesz. Wychodzi 2304».

Bez zdolności abstrakcyjnego myślenia wybitni matematycy byliby podobni do sawantów.

Nie od dziś wiadomo, że trening czyni mistrza, a różne tricki ułatwiają obliczenia. Niektórzy, jak Inaudi, wykorzystują je tylko dla samego liczenia i popisywania się, inni – na przykład Bethe i Feynman – sięgają po nie, dowodząc twierdzeń i odkrywając nowe prawa.

Sto jedenaście zapalek naraz

Zagadką nadal pozostaje, w jaki sposób sawanci potrafią błyskawicznie określić liczbę przedmiotów w dużym zbiorze. Skąd na przykład bliźniacy wiedzieli, że rozsypanych zapalek było dokładnie 111? Badania pokazują, że precyzyjnie możemy określić liczebność tylko bardzo małych zbiorów, a kiedy elementów jest więcej, potrafimy podać tylko przybliżone szacunki.

Allan Snyder przypuszcza, że to prawa półkula naszego mózgu rejestruje dokładne informacje o liczebności nawet dużych zbiorów. W normalnych warunkach nie mamy jednak pełnego dostępu do tych danych, gdyż w proces percepcji ingeruje lewa półkula, odpowiedzialna za integrowanie rozproszonych informacji w spójny obraz rzeczywistości. Tymczasem u sawantów nie działa poprawnie właśnie lewa półkula, a dokładnie lewy płac skroniowy, gdzie znajdują się ośrodki (np. Wernickiego) odpowiedzialne za rozumienie języka i generowanie znaczenia. Funkcje te są u sawantów upośledzone, nie tłumią więc danych zbieranych przez prawą półkulę. Stąd ich niezwykle zdolności, dzięki którym potrafią, jak bliźniacy, określić dokładnie, ile zapalek spadło na podłogę.

By zbadać tę hipotezę, Snyder i jego zespół poddali eksperymentowi kilkunastu zdrowych ochotników. Zastosowano przezczaszkową stymulację magnetyczną (TMS) o niskiej częstotliwości (1 Hz), stymulując przez piętnaście minut lewy płac czołowy każdego badanego. W ten sposób próbowano wyłączyć lub przynajmniej osłabić funkcje tego obszaru mózgu, a więc w jakimś sensie wywołać stan podobny do tego, w jakim znajdują się osoby autystyczne. Zarówno przed, jak i po stymulacji magnetycznej uczestnicy eksperymentu mieli określać, ile punktów liczą prezentowane na ekranie zbiory; ich liczebność wahała się od 50 do 150. Okazało się, że po stymulacji magnetycznej aż u ośmiorga z dwanaściorga uczestników zaobserwowano znaczącą poprawę precyzji udzielanych odpowiedzi. A zatem być może jest tak, jak sugeruje Snyder: sawanci precyzyjnie potrafią określić liczebność zbiorów, gdyż posiadają bezpośredni dostęp do danych, które w normalnie funkcjonującym mózgu są ignorowane ze względu na działanie lewej półkuli i językowej kategoryzacji świata.

Coś za coś. Językowa kategoryzacja świata pozwala na posługiwanie się pojęciami abstrakcyjnymi, bez których matematyka obejść się nie może. Z drugiej strony bezpośredni ogląd konkretnych wielkości jest czymś, co system pojęć abstrakcyjnych najwyraźniej ogranicza. To dlatego sawanci, którzy mają kłopot z abstrakcyjną kategoryzacją świata, „widzą” naraz 111 zapalek, czego nie potrafi osoba, której lewy płac skroniowy funkcjonuje normalnie.

Między słowami

Jaki w istocie jest związek między językiem a poznaniem matematycznym? Wyniki badań przeprowadzonych m.in. przez psycholożkę Elizabeth Spelke czy kognitywistów George'a Lakoffa i Rafaela Núñeza wyraźnie sugerują, że nie ma matematyki bez języka. Patrząc z perspektywy ewolucyjnej, rozwój komunikacji językowej umożliwił powstanie złożonych teorii matematycznych. Tymczasem w świetle badań nad sawantami wydaje się, że abstrakcyjny system pojęciowy, który nabywamy poprzez język, w znaczący sposób tłumi pewne umiejętności matematyczne. Co więcej, wybitni matematycy i fizycy często podkreślają, że w ich pracy język nie jest im potrzebny. Albert Einstein pisał: „Słowa i język, czy to mówione, czy pisane, nie grają żadnej roli w moim procesie myślowym. Psychologicznymi cegielkami, które służą za budulec moich myśli, są pewne znaki lub obrazy, mniej lub bardziej klarowne, które mogą do woli przywoływać i rekombinować”. Warto wspomnieć, że sam Einstein w dzieciństwie cierpiał na dyslalię, czyli zaburzenie w nabywaniu i poprawnej artykulacji mowy.

Wrażenie, że język nie wpływa na proces myślenia w matematyce – myśl wyrażona przez Einsteina – bierze się z nieadekwatnej wizji języka. Gdyby język, jak chciał Noam Chomsky, był oparty o wrodzoną gramatykę (działającą trochę jak komputer), jego rola w poznaniu matematycznym byłaby znikoma, jeśli nie żadna. Ale język jest czymś innym – to wytworzony w interakcjach ciała ze środowiskiem i innymi ludźmi system konkretnych i abstrakcyjnych pojęć, a kluczowym mechanizmem poznawczym, bez którego nie sposób wyobrazić sobie uprawiania matematyki, jest metaforyzacja. Ona jest kluczem do świata abstrakcyjnych pojęć, także matematycznych. Przenosi strukturę opanowanych pojęciowo, cielesnych doświadczeń na nową, abstrakcyjną dziedzinę poznania.

Bez zdolności abstrakcyjnego myślenia, możliwej dzięki metaforyzacji, wybitni matematycy byłiby podobni do sawantów: potrafiliby określać własności liczb, ale nie byłiby w stanie przeprowadzać rachunków, nie mówiąc już o dowodzeniu twierdzeń. Innymi słowy, matematyczni geniusze mają coś z sawantów, gdy idzie o zdolność wizualizacji konkretnych struktur matematycznych (np. liczb), ale potrafią tę umiejętność okiełznać za pomocą abstrakcyjnej aparatury pojęciowej.

Geniusz wskazuje drogę, którą kroczy talent – twierdziła Marie von Ebner-Eschenbach. Naszym zdaniem geniusz jest wynikiem złożonej gry między abstrakcyjną aparaturą pojęciową a oglądem konkretnych struktur matematycznych. Umiejętność prowadzenia tej gry, choć oparta na wrodzonych zdolnościach, w ogromnym stopniu zależy od odpowiedniego treningu. ■

Prof. dr hab. BARTOSZ BROŻEK jest kognitywistą, filozofem i prawnikiem, pracuje na Uniwersytecie Jagiellońskim, jest członkiem Centrum Kopernika Badań Interdyscyplinarnych w Krakowie. Napisał wiele książek, między innymi *Rule-Following. From Imitation to the Normative Mind* oraz *The Double Truth Controversy*.

Dr MATEUSZ HOHOL jest kognitywistą i filozofem, pracuje na Uniwersytecie Papieskim Jana Pawła II, jest członkiem Centrum Kopernika Badań Interdyscyplinarnych w Krakowie i autorem książki *Wyjaśnić umysł. Struktura teorii neurokognitywnych*. Razem napisali *Umysł matematyczny*. Niniejszy artykuł powstał w oparciu o fragmenty tej książki, wydanej przez Copernicus Center Press.

Sekcja redagowana przy współpracy Centrum Kopernika Badań Interdyscyplinarnych, www.copernicuscenter.edu.pl.



Barbara Zurer Pearson
**JAK WYCHOWAĆ
DWUJĘZCZNE DZIECKO**
Poradnik dla rodziców (i nie tylko)

„Poradnik ten został napisany z myślą o rodzicach, przyszłych rodzicach, ich krewnych i znajomych. Rodzicom książka ta dostarczy informacji pomocnych w podjęciu decyzji o dwujęzycznym wychowaniu dzieci.”

Barbara Zurer Pearson



Media Rodzina

www.mediarodzina.pl



Marina Rowan
**MAM NA IMIĘ MARINA
I JESTEM ALKOHOLICZKĄ**

Na chorobę alkoholową cierpi co siódmy obywatel naszej planety, w tej grupie jest coraz więcej kobiet. To piękna książka o poszukiwaniu własnej tożsamości, ponownym narodzeniu i trzeźwym życiu.